**10 клас**

**Задача 1 (10 балів).** Пенсіонер з Опішні Іван Микитович робить глиняні глечики в продає їх автотуристам кожної неділі на ярмарку, що виникає стихійно поблизу автотраси. Його продуктивність праці зменшується протягом робочого дня. Так, для виробництва перших двох глечиків йому потрібно по 30 хвилин на кожен, наступні два вимагають вже по годині на кожен, наступні два – по 90 хвилин. Ще два глечика Іван Микитович може зробити, витрачаючи аж по 2 години на кожен. Робочий день пенсіонера триває не більше 10 годин на добу, але він також працює і по суботах. Таким чином, за день він може виготовити не більше 8 глиняних глечиків. Для виготовлення кожного з них потрібні сировина та матеріали на суму 15 грн. Іван Микитович може також шити взуття – замовників багато. Його продуктивність праці в цьому виді діяльності не змінюється протягом робочого дня. Після відшкодування усіх витрат по виробництву взуття у нього після продажу залишаються гроші у розрахунку 60 грн за годину роботи. Таким чином, Іван Микитович може як виробляти глиняні глечики, так і шити взуття протягом 10-годинного робочого дня; обидва види діяльності йому подобаються однаково. У неділю він може продати скільки завгодно глечиків за ціною 84 грн за глечик. Скільки глечиків він повинен виробити за тиждень і продати, якщо має на меті максимізацію прибутку?

***Розв’язання:***

Прибуток від виробництва та продажу одного глечика дорівнює 84-15=69 грн

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Години роботи | Прибуток від виробництва глечиків | Прибуток від пошиття взуття |
| Перша | 69 грн х 2 = 138 грн 2 глечика за 1 годину | 60 грн |
| Друга | 69 грн 1 глечик за 1 годину | 60 грн |
| Третя | 69 грн 1 глечик за 1 годину | 60 грн |
| Четверта | 0 грн | 60 грн |
| П’ята | 69 грн 2 глечика за 3 години | 60 грн |
| Шоста | 69 грн | 60 грн |
| Сьома | 0 грн | 60 грн |
| Восьма | 69 грн 1 глечик за 2 години | 60 грн |
| Дев’ята | 0 грн | 60 грн |
| Десята | 69 грн 1 глечик за 2 години | 60 грн |

Перші три години виробництва глечиків принесуть прибутку на суму 276 грн, в той час як перші три години пошиття взуття принесуть прибутку лише 180 грн. Але четверта, п’ята, шоста, сьома, восьма, дев’ята та десята години виробництва глечиків разом принесуть також 276 грн прибутку, в той час як пошиття взуття протягом цього часу принесе 420 грн прибутку. Тому для максимізації прибутку варто виробляти 4 глечика за день, а решту робочого часу шити взуття. Оскільки пенсіонер працює 6 днів на тиждень, то для максимізації прибутку необхідно виробляти 24 глиняних глечики за тиждень.

**Задача 2 (15 балів).** У певній країні головним продуктом харчування є гречка. При цьому на кожні 6 врожайних років припадає 4 неврожайних. Функція пропозиції гречки у врожайний рік має вид Qs = 3P; в неврожайний: Qs = 0,5P. Функція попиту у будь-який рік має вид Qd = 120 – P. Уряд країни помітив, що населення дуже нервово реагує на підвищення ціни на гречку у неврожайний рік. Тому вирішено було встановити тверду державну ціну на гречку, за якою уряд скуповував весь надлишок товару у врожайні роки та із створених запасів за тією ж ціною продавав гречку у неврожайні роки, щоб ліквідувати дефіцит товару. Яку державну ціну на гречку встановив уряд?

***Розв’язання:***

Позначимо державну ціну на гречку РG. Тоді надлишок гречки, яку уряд купить у врожайні шість років, становитиме: 6\* (3 РG- (120 - РG)).

Дефіцит гречки, який необхідно покрити протягом чотирьох неврожайних років, дорівнюватиме: 4\*((120 - РG)- 0,5PG).

6\* (3 РG- (120 - РG)) = 4\*((120 - РG)- 0,5PG)

24 РG – 720 = 480 - 6 РG

30 РG = 1200

РG = 40 грошових одиниць

**Задача 3 (20 балів).** Столярна майстерня виробляє столи та стільці. На їхнє виробництво витрачається відповідно 2,5 м та 1 м дошки, а також 0,8 та 0,4 години робочого часу. Щодобові запаси дошки дорівнюють 230 м, в майстерні працює 10 робітників по 8 годин на добу. Побудувати криву виробничих можливостей та визначити оптимальний обсяг виробництва, якщо прибуток від реалізації одного стола становить 250 грн, а одного стільця 150 грн. Як зміниться оптимальний обсяг виробництва, якщо прибуток від реалізації стола зросте до 350 грн?

***Розв’язання:***

Якщо майстерня випускає х≥0 столів та у≥0 стільців, то існують обмеження:

2,5х +у ≤230 та 0,8х+0,4у≤80

На кривій виробничих можливостей перша кутова точка А (0;200): майстерня випускає тільки стільці, за 80 людино-годин за добу можна виробити 80:0,4= 200 стільців.

Друга кутова точка В (92;0): майстерня випускає тільки столи і 230 м дошки вистачить для виробництва 230:2,5=92 столи.

Третя точка С – майстерня виробляє і столи, і стільці. Для її координат треба розв’язати систему рівнянь:

2,5х +у =230

0,8х+0,4у=80

С (60; 80).

Оптимальний вибір досягається в кутовій точці. Розраховуємо прибуток для кожної кутової точки:

Прибуток(А) = 150 \*200 = 30 000 грн

Прибуток (В) = 250\*92 = 23 000 грн

Прибуток (С) = 250\*60+150\*80 =27 000 грн

Отже, майстерня повинна використовувати всі ресурси для виробництва стільців (точка А).

Якщо прибуток від виробництва стола зросте до 350 грн, то:

Прибуток (В) = 350\*92 =32 200 грн

Прибуток (С) = 350\*60+150\*80 = 33 000 грн

Отже, при зростанні прибутку від виробництва столу майстерні варто виробляти і столи, і стільці (точка С).

у

200А

С

80

В

60 92 х